Филатов-Бекман С.А.
ст.преподаватель,
Российская государственная
специализированная академия искусств,
г. Москва, Российская Федерация

К вопросу о статистических методах исследования музыкального исполнения с позиций компьютерного моделирования

Понятие многомерности музыкального произведения как словесное отображение его глубины и наполненности стало вполне обычным термином для современной теории музыки. Каждое исполнение любого произведения всегда уникально и неповторимо и, таким образом, ряд зафиксированных интерпретаций одного и того же произведения порождает некоторую многомерную структуру, размерность которой связана с количеством имеющихся интерпретаций. С математической точки зрения, происходит формирование или некоторого информационного множества, или своеобразного многомерного музыкально-информационного вектора.

Таким образом, мы затрагиваем область взаимодействия музыки и математики. Ограниченный объем статьи не позволяет в какой-либо заметной степени рассмотреть эту поистине бездонную тему. Кратко упомянем лишь о том, что различные аспекты синтеза музыки и математики интересовали еще античных мыслителей. Ряд важных математических результатов, направленных на теорию музыки, был достигнут выдающимися Средневековья и Нового времени. Здесь следует упомянуть Гвидо Аретинского, Тинкториса, Царлино, Рамо и др. Некоторые аспекты этой обширной музыкально-исторической темы обсуждаются в работе[1].

Наш великий современник А. Ф. Лосев рассматривал музыку как «жизнь чисел»[2]; ему же принадлежит одно из самых масштабных исследований, посвященных диалектическим основам математики[3].

Одним из самых ярких свидетельств «жизни чисел» является компьютерное моделирование – сравнительно молодое научное направление. Развитие вычислительной техники во многом привело к качественному изменению принципов и методов научных исследований. Математический (кибернетический) эксперимент, оперируя с информационным представлением физической материи, способен дать ответ на вопросы, неразрешимые для эксперимента натурного.

Музыка как некоторое информационное поле малодоступна для натурного эксперимента. Видимо, компьютерное моделирование представляет практически единственную возможность для понимания основных особенностей музыкального информационного поля как с точки зрения формальной логики, так и с позиций логики диалектической. О необходимости создания методов математического моделирования музыкального мышления, способных отразить диалектическую противоречивость мелодического развития, говорил выдающийся музыкальный мыслитель С.С. Скребков[4].

Диалектическая противоречивость эволюции – явление настолько объемное и сложное, что для понимания хотя бы его отдельных особенностей можно воспользоваться способами фиксации мелодического развития, допускающими компьютерный анализ записи. Наиболее широко известный способ – т. н. «оцифровка» музыкального сигнала, осуществляемая при компьютерной записи музыки.

Как известно, подобный процесс записи обладает принципиально дискретным характером и поэтому носит наименование «квантования сигнала»[5]. К примеру, одна секунда звучания содержит до нескольких десятков тысяч элементов звучания; музыкальное произведение, длящееся всего несколько минут, содержит уже несколько миллионов элементов звукозаписи.

Подобное количество элементов образует статистический ряд, и для исследования его особенностей вполне естественно применить методы математической статистики. Однако запись реального звучания музыки содержит значительное количество шумов, сильно затрудняющих чисто статистический подход. Поэтому будем исходить из следующих основных положений:

1. Музыкальная информация может быть представлена тремя типами сигналов – модельным, компьютерным и реальным. Подробное описание данной классификации приведено в работах автора[6]. В данной статье обсуждается преимущественно модельный сигнал, не содержащий шумов.

2. Компьютерный и реальный музыкальные сигналы являются принципиально дискретными, т. к. формируются в результате процессов квантования. Поэтому вполне допустимо

говорить о *музыкальных квантах* как об элементах, возникающих в результате компьютерной записи (или компьютерной генерации) музыкального сигнала. То или иное расположение, конфигурация совокупности музыкальных квантов обусловливает особенности каждой музыкальной записи. Физически музыкальные кванты представляют собой, например, намагниченные участки какого-либо носителя (жесткого диска компьютера и т. д.)[7]. Отметим, что размерность музыкальных квантов можно привести к величине «энергия в секунду», что, как известно, носит наименование «действия» и совпадает с размерностью «постоянной Планка»[8] .

3. Любое исполнение любого музыкального произведения можно рассматривать как некоторую динамическую систему, поведение которой зависит от ряда специфических характеристик (громкость, длительность, тембр и т. д.). Поведение данной динамической системы и определяет неповторимость характера исполнения.

Суммируя вышесказанное, мы можем заключить, что чисто статистический подход должен быть дополнен методами нелинейной динамики и ориентирован на исследование особенностей конфигураций совокупности музыкальных квантов. Подобный подход вполне естественно назвать методами музыкальной статистики квантованных сигналов (МСКС). Задачей МСКС является исследование особенностей исполнения музыкального произведения или его фрагмента.

Для реализации подобной задачи автором была построена компьютерная музыкально-статистическая модель, на базе которой проведен ряд численных компьютерных экспериментов. Ниже мы кратко опишем математическую структуру модели и обсудим результаты данных экспериментов.

Рассматриваемую систему можно представить уравнением Лагранжа:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x} \qquad (1)$$

Лагранжиан L представляет разность кинетической и потенциальной энергии. В правую часть введена функция F, описывающая процесс рассеяния. Точка над x в левой части уравнения означает частную производную от лагранжиана по производной от координаты. Под x мы понимаем элемент x_i вектора X.

Для системы с двумя степенями свободы проводим дифференцирование функции L по каждой из двух координат. Получаем систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Векторная форма записи данной системы выглядит так:

$$\beta \frac{d^2 x}{dt^2} + \varepsilon \frac{dx}{dt} + \propto x = 0 \qquad (2)$$

Здесь α, β и ε – некоторые размерные коэффициенты, x – компоненты вектора X.

Общие решения (2) ищем в виде

$$x_1 = A \exp(\lambda t), \qquad x_2 = kA \exp(\lambda t) \qquad (3)$$

где k – т. н. коэффициент распределения, λ – собственные значения. Подставляя (3) в систему (2), получаем алгебраическое уравнение четвертого порядка относительно λ. Решая его, находим четыре значения λ, которые объединяются в две комплексно-сопряженные пары решений. Подстановка значений λ в (3) дает возможность выписать решения (2) в явном виде (мы не приводим соответствующей записи вследствие громоздких выкладок). Эти решения описывают затухающие колебания. Дальнейшие преобразования позволяют исключить чисто мнимые слагаемые. Применяя формулу Эйлера, получаем решения (2) в действительной форме:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A \exp(-\delta_1 t) \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + B \exp(-\delta_2 t) \cos(\omega_2 t + \varphi_2), \\ x_2(t) &= A k_1 \exp(-\delta_1 t) \cos(\omega_1 t + \varphi_1 + \kappa_1) + B k_2 \exp(-\delta_2 t) \cos(\omega_2 t + \varphi_2 + \kappa_2) \end{aligned} \qquad (4)$$

Здесь δ_1 и δ_2 – декременты затухания, ω_1 и ω_2 – собственные частоты, k_1 и k_2 – коэффициенты распределения, φ и κ – фазовые смещения, t – время, A и B – некоторые неизвестные постоянные, которые находятся из начальных условий. Определив A и B, можно представить частные решения в явном виде.

Переходя к рассмотрению конструкции, состоящей из двух электрических контуров, мы должны, основываясь на формализме Лагранжа, составить уравнения относительно каких-либо электромагнитных переменных. Так, считая неизвестной величину силы тока I, записываем в векторной форме следующую систему:

$$L_i I_i'' + M I_i'' + R_i I_i' + (1 / C_i) I_i = 0 \qquad (5)$$

Здесь L_i – индуктивность, M – взаимная индукция, R_i – сопротивление и C_i – емкость. Проведя несложные преобразования, можно привести (5) к виду (2). Для этого разыскиваем частные решения (5) в виде (3) и вновь приходим к алгебраическому уравнению четвертого порядка относительно собственных значений λ.

Представляем это уравнение в явном виде:

$$(\lambda^2+2\Delta_1\lambda+n_1^2)\,(\lambda^2+2\Delta_2\lambda+n_2^2) - \gamma_1^2\lambda^4 = 0 \qquad (6)$$

Здесь n_1 и n_2 – собственные частоты колебаний каждого из электрических контуров, объединенных в систему с двумя степенями свободы, Δ учитывает процесс рассеяния энергии, γ_1 описывает процесс взаимной индукции. Общие решения системы (5) относительно силы тока полностью совпадают с решениями (4).

Решения вида (4) пока еще достаточно сложны для их компьютерного исследования: получение точных значений величин δ_1, δ_2, κ_1, κ_2 может представлять немалые трудности. Поэтому введем упрощающие предположения. Так, будем считать затухание достаточно малым; в этом случае можно допустить, что $\delta_1 = \delta_2 \approx \delta$; малые значения δ свидетельствуют о незначительном рассеянии энергии (система «почти консервативна»). Далее, приравняем нулю фазы φ_1 и φ_2, а смещения κ_1 и κ_2 будем считать близкими по значениям. В результате получим следующую форму записи решений:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= \exp(-\delta t)\,(A\cos(\omega_1 t) + B\cos(\omega_2 t)) \\ I_2(t) &= \exp(-\delta t)\,(A\cos(\omega_1 t+\kappa) + B\cos(\omega_2 t+\kappa)) \end{aligned} \qquad (7)$$

Константы A и B легко определяются из начальных условий.

Вводя представление о музыкальной статистике квантованных сигналов, мы должны дать ответ на вопрос: что нового могут привнести в музыкальную науку статистические принципы?

Один из самых распространенных способов изучения колебаний как периодических или квазипериодических движений – представление их рядом Фурье[9]. Однако спектр реального («живого») музыкального звучания, которое представляет наибольший интерес для изучения, чрезвычайно сложен. Статистический подход, который может использоваться совместно с традиционными методами, позволяет зафиксировать тонкие нюансы музыкальной интерпретации в виде т.н. «плотности распределения метрики», или множества расстояний между точками, из которых слагается «фазовый портрет» музыкального звучания, всегда уникального и неповторимого. Можно сказать, что плотность распределения метрики отражает топологические особенности фазового портрета: в общем случае непосредственное исследование самого фазового отображения сопряжено с весьма значительными трудностями.

Перейдем к краткому обсуждению результатов компьютерных экспериментов. К настоящему времени построено четыре версии музыкально-статистической модели, каждая из которых содержит значительное количество субверсий. Модель способна анализировать музыкальные сигналы всех трех классов – модельного, компьютерного и реального.

Версия 1 носила в основном установочно-экспериментальный характер и была нацелена на уточнение формулировки задачи. В рамках данной версии исследовались особенности главным образом модельного сигнала, однако были сделаны первые шаги по изучению простейших темброво-обедненных сигналов компьютерного класса.

В рамках версии 2 исследовались особенности компьютерного сигнала, как одноголосного, так и многоголосного. Для этого использовался массив авторской «математической музыки» – одной из разновидностей компьютерной (алгоритмической) музыки, создаваемой на основании разработанных автором алгоритмов[10]. Количество голосов в исследованных музыкальных примерах изменялось от 1 до 8.

Помимо этого, вторая версия модели позволила приступить к первичному анализу реального сигнала – фрагментов звукозаписи музыкальных исполнений, осуществлённых студентами-музыкантами Государственного специализированного институт искусств, где преподает автор.

В рамках версии 3 изучались некоторые тонкие особенности компьютерных сигналов, связанные главным образом с параметрами звукозаписи. Осуществление экспериментов в рамках данной версии дало возможность сформулировать основную задачу компьютерно-музыкального моделирования, состоящую из трех элементов: синтеза, обработки и анализа музыкальных фрагментов.

Версия 4 музыкально-статистической модели, действующая в настоящее время, нацелена на изучение математической основы теории зонной природы абсолютного слуха, созданной профессором Н. А. Гарбузовым[11]. Некоторые результаты исследований отражены в работах автора данной статьи[12] .

Основываясь на анализе полученных экспериментальных результатов, обратим внимание на одну интересную особенность музыкального сигнала компьютерного класса. Данный сигнал, исследовавшийся в рамках версии 3, представлял собой простейшее гармоническое колебание. Как известно, фазовый портрет такого движения представляет собой эллипс[13]. Однако, если воспользоваться возможностями увеличения масштаба электронного изображения фазового портрета, полученного на основе прикладного математического пакета MATLAB[14] и попытаться более подробно рассмотреть структуру линий эллипса, то можно обнаружить весьма любопытные особенности. Так, при небольшом увеличении масштаба линия эллипса начинает «утолщаться»; при дальнейшем увеличении масштаба она распадается, «расслаивается» на отдельные линии и волокна, которые, вообще говоря, не пересекаются между собой в одной плоскости (рис. 1).

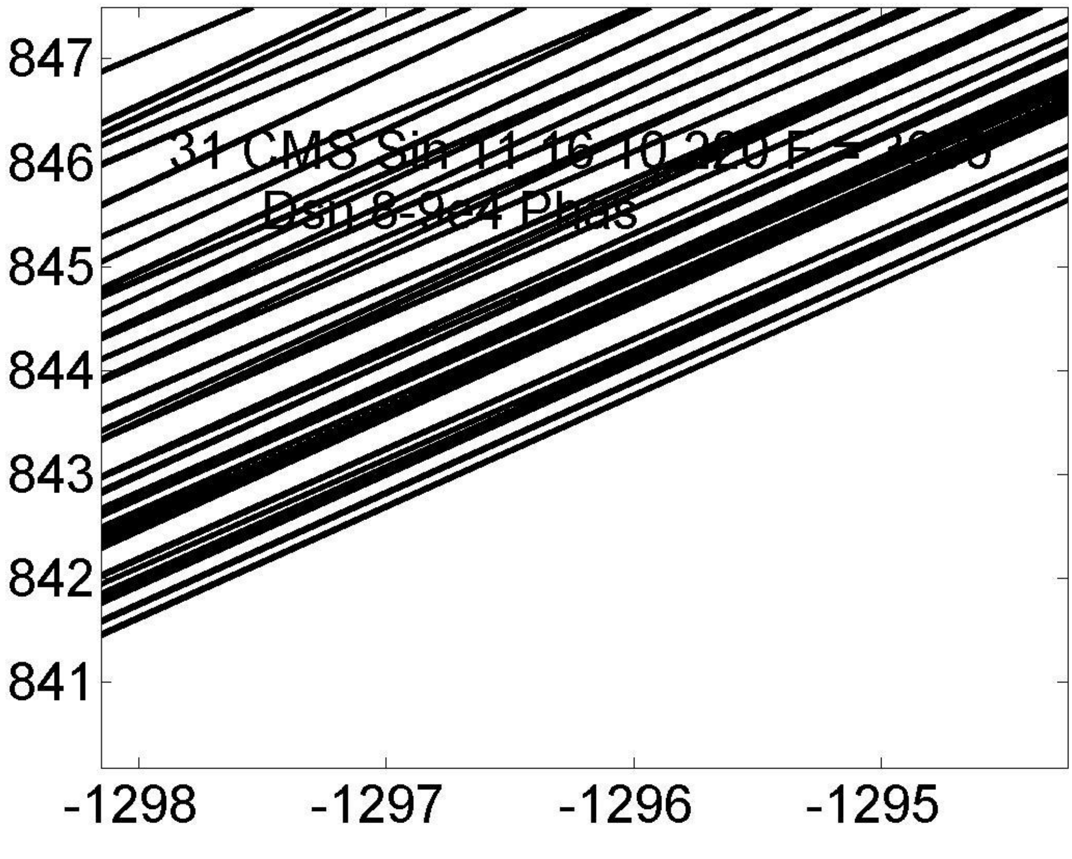
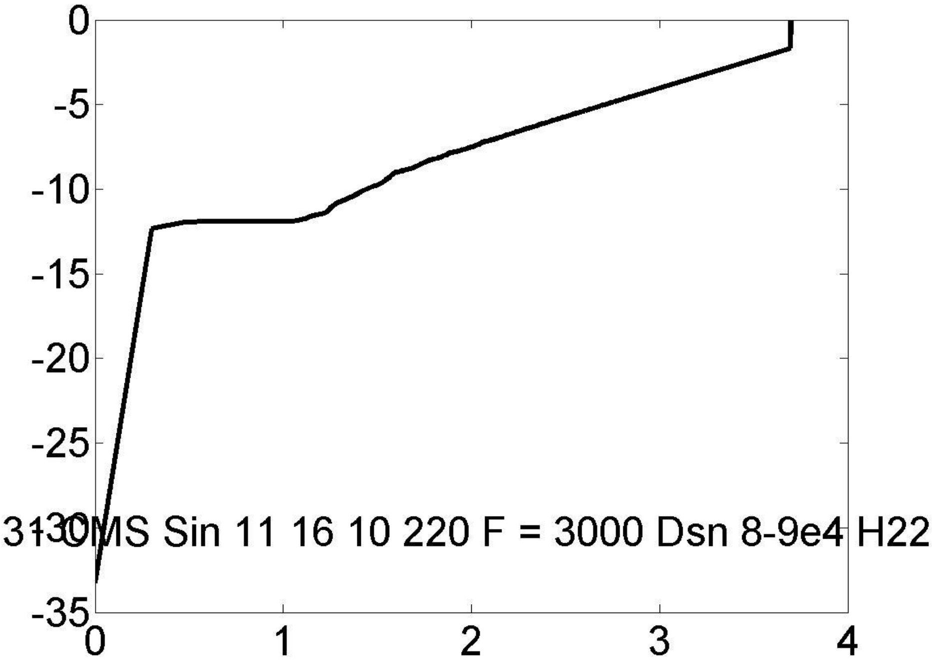


Рис. 1
Тонкая структура фазового отображения

Появление подобной структуры, обладающей фрактальными особенностями, можно как объяснить конечной точностью компьютерных операций с числами, так и наличием «шумов квантования». Однако, если попытаться определить размерность топологической структуры, представленной на рис. 1, то выясняется, что эта размерность выражается дробными числами (имеется в виду т.н. «корреляционная размерность»). Таким образом, многомерность музыкального сигнала – это реальность, которая получает математическое подтверждение.

Следует отметить, что процесс вычисления корреляционной размерности реализуется на основе довольно непростого алгоритма. Данная размерность определяется углом наклона графика корреляции, однако линия графика является прямой лишь в простейших случаях. Даже в случае компьютерного (и тем более реального) сигнала наличие квантовых и иных шумов приводит к изломам и изгибанию линии графика. В этом случае методом компьютерного анализа отыскиваются «наиболее прямые» участки. Если же и этого не удается, то приходится применять приближенные методы[15]. На рис.2 представлен график корреляционного интеграла для сигнала, наклон которого соответствует корреляционной размерности, изменяющейся от околонулевых значений до 40:



.

Рис. 2

График корреляционной размерности компьютерного музыкального сигнала

Подведем итоги сказанному выше. Идеи и методы, объединенные в понятие музыкальной статистики квантованных сигналов, позволяют, хотя бы в принципе, проанализировать уникальные особенности музыкального исполнения, т. к. музыкальная интерпретация, зафиксированная в памяти компьютера, порождает ту или иную статистику (точнее – множественность статистик). И количество подобных статистик практически неограниченно велико. Это дает возможность говорить о жизнеспособности и практической применимости как компьютерно-музыкального моделирования, так и музыкальной статистики. Таким образом, согласно идеям С.С. Скребкова оба направления способны отразить элементы количественного исчисления качества, или диалектическую противоречивость процесса музыкального мышления, воплощающегося в музыкальных интерпретациях.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. *Филатов-Бекман С.А.* Музыка и математика: о некоторых философских аспектах взаимодействия // Философия искусства и науки: Сборник материалов 13-й конференции из цикла «Григорьевских чтений». – М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2011. – С. 3-11.

2. *Лосев А.Ф.* Музыка как предмет логики. Москва – 1927, издание автора. – 264 с.

3. *Лосев А.Ф.* Хаос и структура / Сост. А.А. Тахо-Годи и В. П. Троицкого, общ. Ред. А. А. Тахо-Годи и В. П. Троицкого. – М.: Мысль, 1997. – 831 с., 1 л. портр.; Лосев А.Ф. Личность и абсолют / Сост. и общ. ред .А. А. Тахо-Годи. – М.: Мысль, 1999. – 719 с., 1 л. портр.
4. *Скребков С.С.* О методологических принципах моделирования музыкального мышления // Сергей Сергеевич Скребков. Музыкант. Ученый. Педагог. Мыслитель (к 100-летию со дня рождения) / Ред.-сост. Д.А. Арутюнов, М.С. Скребкова-Филатова, С.А. Филатов-Бекман. – М.: Изд-во НПФ «ТС-ПРИМА»; МГК им. П. И. Чайковского, 2005. – С. 232-242.
5. Основы кибернетики. Теория кибернетических систем. Под ред. К А. Пупкова. Учеб. пособие для вузов. М., «Высш. школа», 1976. – 408 с. с ил.
6. *Филатов-Бекман С.А.* Об исследовании музыкального сигнала методами компьютерно-музыкального моделирования / Грани культуры: актуальные проблемы истории и современности. Материалы III межрегиональной научной конференции. Москва, 14 декабря 2007 г. / Под ред. С. П. Быстровой, Н. Е. Леоновой. – М.: Институт бизнеса и политики, 2008. – С. 223–230; Филатов-Бекман С.А. О развитии творческого потенциала студентов с ограничениями зрения на основе компьютерно-музыкального моделирования // Исполнительское искусство и музыковедение. Параллели и взаимодействия: Сборник статей по материалам Международной научной конференции 6-9 апреля 2009 года под общей и научной редакцией акад. В. Р, Ириной. – М.: Человек, 2010. – С. 726-736; Филатов-Бекман С.А. К вопросу о компьютерной методике обработки музыкальных сигналов для студентов с ограничениями физических и сенсорных возможностей. Грани культуры: актуальные проблемы истории и современности. Материалы IV научной конференции. Москва, 15 декабря 2008 г. / Под. ред. С.П. Быстровой. И.В. Убоженко. – М.: Институт бизнеса и политики, 2009. – С. 366-375.
7. *Вашкевич Н.П., Н.П. Сергеев, Г.Н. Чижухин.* Электромагнитная техника. Учеб. пособие для специальности «Электронные вычислительные машины» вузов. М., «Высш. школа», 1975. – 246 с. с ил.
8. *Яворский Б.М., А.А. Детлаф* Справочник по физике. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 512 с. с ил.
9. *Колмогоров А.Н., С.В. Фомин.* Элементы теории функций и функционального анализа. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. М., «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1968. – 496 с.
10. *Филатов С.А.* Музыкальные категории А. Ф. Лосева и их аудиоинтерпретация как форма представления математической информации. – Синтез в русской и мировой художественной культуре. Материалы Второй научно-практической конференции, посвященной памяти А. Ф. Лосева. – Ярославль: Изд-во «Ремдер», 2002, с. 22 – 25; *Филатов-Бекман С.А.* К вопросу о понятии «математическая музыка». Сакральное, иррациональное и мифологическое: Сборник материалов 7-й конференции из цикла «Григорьевских чтений». М.: АСМ, 2005, с. 92-99.
11. Н.А. Гарбузов – музыкант, исследователь, педагог. Сборник статей / Сост. О. Сахалтуева, О Соколова. Ред. Ю. Рагс. М.: Музыка, 1980. – 303 с.. нот., ил.
12. *Филатов-Бекман С.А.* К вопросу о компьютерном моделировании некоторых положений теории зонной природы абсолютного слуха Н.А. Гарбузова (в печати); Филатов-Бекман С.А. Зонная природа абсолютного слуха по Н.А. Гарбузову и процесс системной числовой организации (в печати).
13. *Стрелков С.П.* Введение в теорию колебаний: Учебник. 3-е изд.. испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2005. – 440 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
14. *Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В.* MATLAB7 / Алексеев Е.Р., Чеснокова О.В. – М.: НТ Пресс, 2006. – 464 с., ил. – (Самоучитель).
15. *Кащенко С.А., Майоров В.В.* Модели волновой памяти. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 288 с.